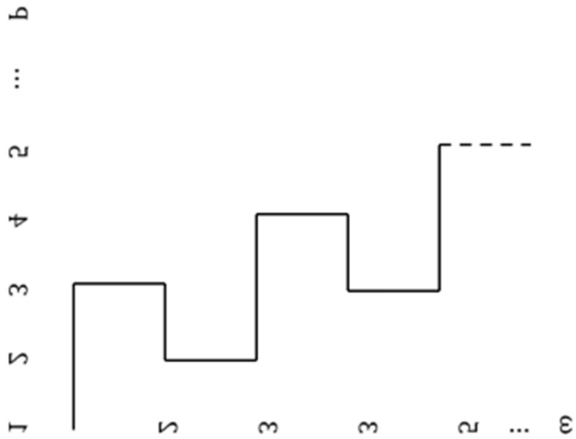
Prof. Dr. Alfred Toth

Das fraktale Zeichenmodell

1. In Toth (2025a, b) hatten wir iterierte Diamonds konstruiert und in die Hierarchien von Heteromorphismen und risky bridges komplexe P-Zahlen eingesetzt. Wegen der Isomorphie der ternären P-Relation P = (1, 2, 3) mit der Folge der Primzeichen (vgl. Bense 1980) Z = (1, 2, 3) können wir die Zeichenrelation also nun in der Form

$Z = f(\omega, P)$,

darin ω der ontische Ort von P ist und den Kurvenverlauf der Zeichenfunktion durch den folgenden selbstähnlichen Graph darstellen:



Er korrespondiert damit der OEIS-Folge A058207 = 0, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 4, 5, 4, 3, ... Die zugehörige Diamantenstruktur für P = (1, ..., 5) ist

$$
\begin{array}{c}
3 \leftarrow 2 \\
| \quad | \\
2 \leftarrow 3 \quad 2 \leftarrow 4 \\
| \quad | \quad | \quad | \\
3 \leftarrow 2 \quad 3 \leftarrow 2 \quad 4 \leftarrow 3 \\
| \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \\
1 \leftarrow 3 \quad 2 \leftarrow 3 \quad 2 \leftarrow 4 \quad 3 \leftarrow 4 \\
| \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \\
2 \leftarrow 1 \quad 3 \leftarrow 2 \quad 3 \leftarrow 2 \quad 4 \leftarrow 3 \quad 4 \leftarrow 3 \\
| \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \\
1 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 4 \circ 3 \rightarrow 4 \circ 3 \rightarrow 5
\end{array}
$$

Für P = (1, 2, 3) haben wir also

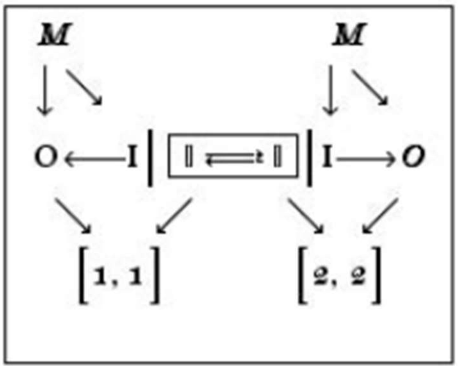
$$\begin{array}{ccccc} & 2 & \leftarrow & 1 & \\ & | & & | & \\ 1 \rightarrow & 2 & \circ & 1 & \rightarrow 3 \end{array}$$

und somit

$Z^1 = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow 3), (1 \leftarrow 2)),$

zu $Z = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow 3)$ vgl. Walther (1979, S. 50).

2. Nun wurden Zeichen von Kaehr (2011) aus Bi-Zeichen und diese aus Textemen abgeleitet, d.h. nicht das Zeichen, sondern Bi-Zeichen ist die Basiseinheit. Bi-Zeichen werden als „diamond + 2-anchor[1]" definiert. Kaehr (2011, S. 11) gibt folgendes Modell für ein Bi-Zeichen



Wir benötigen somit zu unserem semiotischen Diamond noch den weiteren Diamond, den wir im Anschluß an die kategoriale Ordnung der Zeichenrelation im „Spiegelzeichen" des Bi-Zeichens in der folgenden Form notieren

$$\begin{array}{ccccc} & 3 & \leftarrow & 1 & \\ & | & & | & \\ 1 \rightarrow & 3 & \circ & 1 & \rightarrow 2 \end{array}$$

mit

$Z^2 = ((1 \rightarrow 3) \rightarrow 2), (1 \leftarrow 3)).$

Die vollständige bensesche Zeichenrelation als Bi-Zeichen lautet also

$Z = (Z^1, Z^2) = (((1 \rightarrow 2) \rightarrow 3), (1 \leftarrow 2)), ((1 \rightarrow 3) \rightarrow 2), (1 \leftarrow 3)))$

[1] Semiotische Anker erübrigen sich bei der Verwendung von P-Zahlen, da deren ontische Orte die Funktion der Ankerung übernehmen. Die von Kaehr angesetzten semiotischen Anker (vgl. Kaehr 2009, S. 77 FF.) sind jedoch legitim, da er von Peircezahlen ausgeht.

mit den chiastischen Relationen

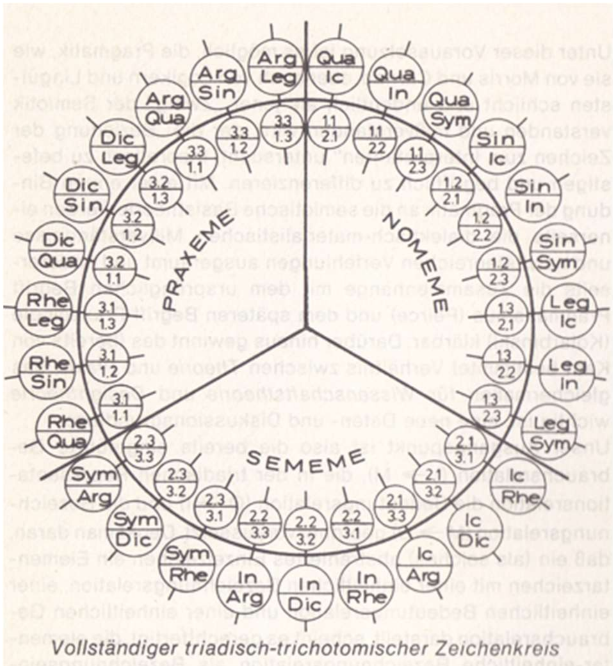
$1 \to 2 \circ 1 \to 3$ $\qquad$ $A \to B$

bzw.

$1 \to 3 \circ 1 \to 2$ $\qquad$ $B \to A$

Z erfüllt somit zusätzlich die kaehrschen Anforderungen an ein elementares Textem.

Ein frühes Modell für diese semiosisch-retrosemiosisch vollständige Zeichenrelation im Sinne des kaehrschen Bi-Zeichens hatte Bense in seinem „Zeichenkreis" gegeben (vgl. Bense 1975, S. 112)



Vollständiger triadisch-trichotomischer Zeichenkreis

Nun sind die beiden Abbildungen des Bi-Zeichens Z

$Z^1 = 1 \to 2 \circ 1 \to 3 = (1, 2, 3)$

und

$Z^2 = 1 \to 3 \circ 1 \to 2 = (1, 3, 2)$

Permutationen voneinander. Das vollständige System der $3! = 6$ Permutationen von $P = (1, 2, 3)$ ist

(1, 2, 3)

(1, 3, 2)

(2, 1, 3)

(2, 3, 1)

(3, 1, 2)

(3, 2, 1),

und es stellt sich die Frage, ob es weitere Paare von Permutationen von P gibt, die ebenfalls nicht nur semiosisch, sondern auch retrosemiosisch bzw. nicht nur morphismisch, sondern auch heteromorphismisch vollständig sind.

Diamonds von Z = (2, 1, 3; 2, 3, 1)

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & 1 & \leftarrow 2 & & & & & & 3 & \leftarrow 2 & & & \\ & | & | & & & & & & | & | & & & \\ 2 & \rightarrow 1 & \circ & 2 & \rightarrow 3 & & & 2 & \rightarrow 3 & \circ & 2 & \rightarrow 1 & \end{array}$$

Konkatenationsschema

1 2 3

Diamonds von Z = (3, 1, 2; 3, 2, 1)

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & 1 & \leftarrow 3 & & & & & & 2 & \leftarrow 3 & & & \\ & | & | & & & & & & | & | & & & \\ 3 & \rightarrow 1 & \circ & 3 & \rightarrow 2 & & & 3 & \rightarrow 2 & \circ & 3 & \rightarrow 1 & \end{array}$$

Konkatenationsschema

1 2 3

Als Anwärter für Bi-Zeichen kommt also neben dem Paar Z = (1, 2, 3; 1, 3, 2) nur das weitere Paar Z = 3, 1, 2; 3, 2, 1 in Betracht.

Die vollständige bensesche Zeichenrelation des zweiten Bi-Zeichens lautet also

$Z = (Z^1, Z^2) = (((3 \rightarrow 1) \rightarrow 2), (1 \leftarrow 3)), ((3 \rightarrow 2) \rightarrow 1), (2 \leftarrow 3)))$

mit den chiastischen Relationen

$$\begin{array}{ccc} 3 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 & & A \rightarrow B \\ & \text{bzw.} & \\ 3 \rightarrow 2 \circ 3 \rightarrow 1 & & B \rightarrow A \end{array}$$

Zusammenfassend kann also die Semiotik auf zwei nicht-isomorphen Bi-Zeichen begründet werden:

$Z = (Z^1, Z^2) = (((1 \rightarrow 2) \rightarrow 3), (1 \leftarrow 2)), ((1 \rightarrow 3) \rightarrow 2), (1 \leftarrow 3)))$

mit den chiastischen Relationen

$$\begin{array}{ccccccc} 1 \rightarrow 2 & \circ & 1 \rightarrow 3 & & & & A \rightarrow B \\ & & & \text{bzw.} & & & \\ 1 \rightarrow 3 & \circ & 1 \rightarrow 2 & & & & B \rightarrow A \end{array}$$

und

$Z = (Z^1, Z^2) = (((3 \rightarrow 1) \rightarrow 2), (1 \leftarrow 3)), ((3 \rightarrow 2) \rightarrow 1), (2 \leftarrow 3)))$

mit den chiastischen Relationen

$$\begin{array}{ccccccc} 3 \rightarrow 1 & \circ & 3 \rightarrow 2 & & & & A \rightarrow B \\ & & & \text{bzw.} & & & \\ 3 \rightarrow 2 & \circ & 3 \rightarrow 1 & & & & B \rightarrow A \end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow, U.K. 2009

Kaehr, Rudolf, Xanadu's Textemes. Glasgow, U.K. 2011

Toth, Alfred, Selbstähnliche Diamondkurven. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Diamondarithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

7.5.2025